Préparé-toi

Nom : ______________________ Date : ____________

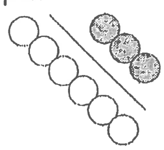
FR 4.2

(2 pages)

Les rapports à deux termes

FR chapitre 4

Le **rapport partie-à-partie** permet de comparer entre elles différentes parties d'un groupe.



Le rapport entre les cercles blancs et les cercles gris est de 6 : 3, ou de 6 à 3.

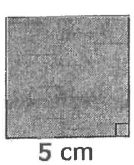
Le **rapport partie-à-tout** permet de comparer une partie d'un groupe au tout.

Le rapport entre les cercles blancs et la totalité des cercles est de 6 : 9 ou de 6 à 9.
Le rapport, dans sa plus simple expression, est de 2 : 3 ou de 2 à 3.
On exprime un rapport partie à tout par une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage.

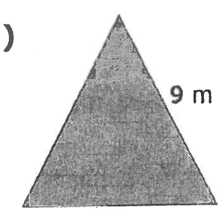
Le rapport $\frac{\text{gris}}{\text{tout}}$ est de, $\frac{3}{9}$ ou $\frac{1}{3}$, $0,\overline{3}$ ou $33,\overline{3}$ %.

1. Dans chaque cas, quel est le rapport entre la longueur d'un côté et le périmètre du polygone régulier ? Exprime chaque rapport sous forme de fraction.

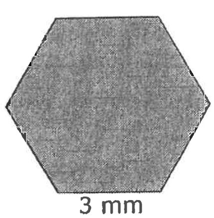
a)



b)



c)



2. Exprime les rapports de la question 1 à leur plus simple expression.

3. Exprime les rapports de la question 1 par un nombre décimal et par un pourcentage.

4. Dans chaque cas, trouve la valeur inconnue qui rendra la fraction équivalente.

a) $\frac{3}{4} = \frac{\square}{8}$ **b)** $\frac{4}{7} = \frac{12}{\square}$ **c)** $\frac{\square}{5} = \frac{3}{15}$ **d)** $\frac{7}{\square} = \frac{49}{14}$

Nom : ____________________ Date : ____________

Le raisonnement proportionnel

Une **proportion** est une relation d'égalité entre deux rapports.
On peut exprimer une proportion par une fraction.

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 7} \frac{7}{14} \qquad \frac{1}{2} = \frac{7}{14}$$

$$\frac{5 \text{ cm}}{45 \text{ cm}} \xrightarrow{\div 5} \frac{1 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} \qquad \frac{5 \text{ cm}}{45 \text{ cm}} = \frac{1 \text{ cm}}{9 \text{ cm}}$$

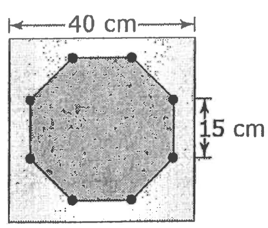
Pour comparer des objets à l'aide d'un rapport, on doit utiliser les mêmes unités.

5. Établis une proportion pour chaque situation.

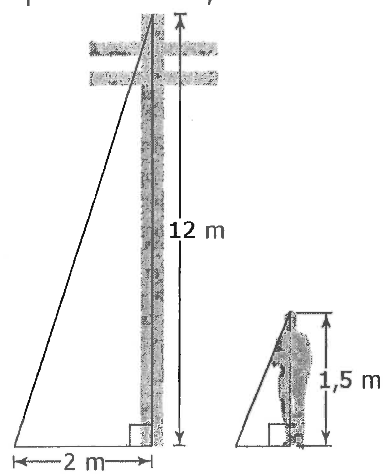
a) Sur le schéma d'une pièce d'un moteur, 2 cm représentent 200 cm. La longueur réelle de la pièce est de 100 cm et elle occupe 1 cm sur le schéma.

b) Sur une carte, 1 cm représente 500 m. Linda veut parcourir 3 500 m à vélo. Cette distance correspond à 7 cm sur la carte.

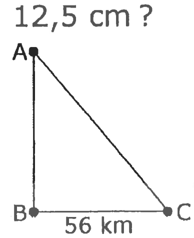
c) Un côté d'un bain mesure 3 m de longueur et il mesure 15 cm sur un plan. Le plateau carré qui entoure le bain mesure 8 m de longueur et, sur le plan, il mesure 40 cm.



6. Un poteau de téléphone mesure 12 m. Il projette une ombre de 2 m de long. Quelle est la longueur de l'ombre d'un élève qui mesure 1,5 m ?



7. Une distance de 56 km sépare les villes B et C. Cette distance mesure 7 cm sur une carte. Quelle distance réelle sépare les villes A et C si, sur la même carte, cette distance est représentée par une longueur de 12,5 cm ?



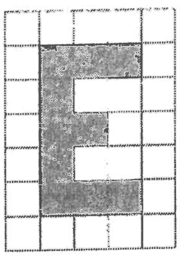
Nom : ______________________ Date : ______________

FR 4.5

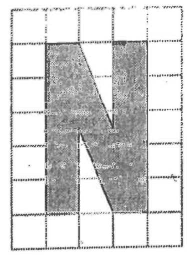
Section 4.1 Exercices supplémentaires

Utilise du papier quadrillé pour faire les activités 1 à 4.

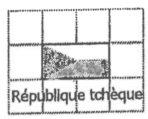
1. a) Agrandis la lettre en fonction d'un facteur d'échelle de 2.



b) Agrandis la lettre en fonction d'un facteur d'échelle de 4.

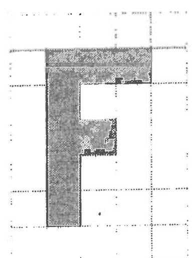


2. Dessine un agrandissement de ce drapeau en fonction d'un facteur d'échelle de 3.

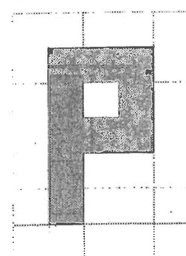


3. Dessine une image moitié moins grande de chaque lettre.

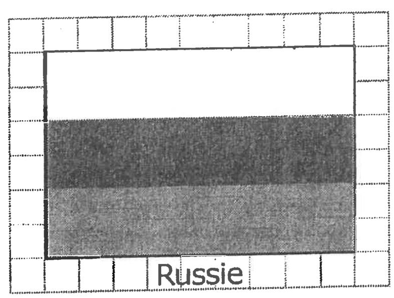
a)



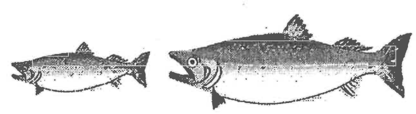
b)



4. Dessine une réduction de ce drapeau en fonction d'un facteur d'échelle de 0,25.



5. Le facteur d'échelle du deuxième poisson est-il égal, supérieur ou inférieur à 1 ? Comment le sais-tu ?



6. Comment ferais-tu pour déterminer si la figure B est un agrandissement exact de la figure A ?

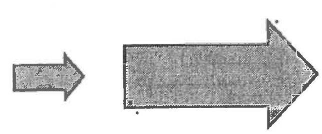


Figure A Figure B

Nom : ______________________ Date : ______________

Section 4.2 Exercices supplémentaires

1. Multiplierais-tu ou diviserais-tu pour déterminer la valeur inconnue ?

a) $\frac{1}{2} = \frac{x}{250}$ **b)** $\frac{1}{3,2} = \frac{14}{y}$ **c)** $\frac{1}{z} = \frac{6,3}{24,9}$ **d)** $\frac{1}{0,25} = \frac{w}{6,25}$

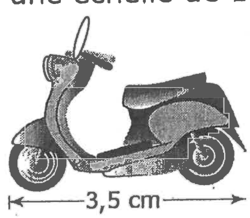
2. Calcule la valeur inconnue dans chaque proportion.

a) $\frac{1}{8} = \frac{\square}{624}$ **b)** $\frac{1}{50} = \frac{25,2}{\square}$ **c)** $\frac{1}{0,6} = \frac{58}{\square}$

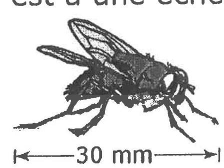
d) $\frac{1}{\square} = \frac{15,3}{1224}$ **e)** $\frac{1}{75} = \frac{\square}{6450}$ **f)** $\frac{1}{\square} = \frac{5,6}{1,68}$

3. Calcule la longueur réelle de chaque objet.

a) L'image de ce scooter est à une échelle de 1 : 20.



b) L'image agrandie de cette mouche est à une échelle de 1 : 0,3.

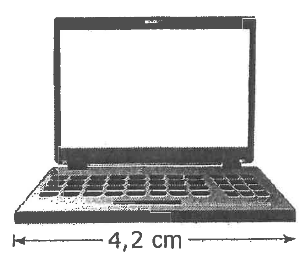


4. Détermine le facteur d'échelle.

a) $\square = \frac{53}{106}$ **b)** $\square = \frac{0,9}{15}$ **c)** $\square = \frac{17}{850}$

d) $\square = \frac{6,2}{24,8}$ **e)** $\square = \frac{18}{24}$ **f)** $\square = \frac{30}{37,5}$

5. Un ordinateur portatif mesure 39,5 cm de large. Calcule le facteur d'échelle utilisé pour produire son image. Exprime ta réponse au dixième près.



6. Il faut rouler 650 km en auto. Sur une carte, cette distance mesure 4 cm.

a) Exprime l'échelle de la carte en mots.

b) Quel est le facteur d'échelle. Exprime ta réponse au dixième près.

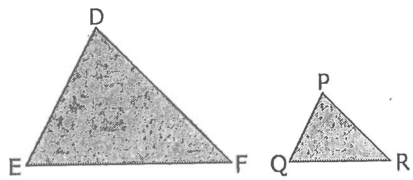
Nom : ______________________________ Date : ____________________

FR 4.9

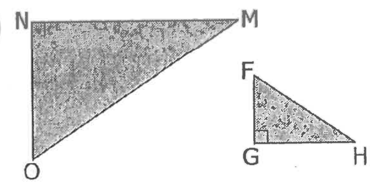
Section 4.3 Exercices supplémentaires

1. Fais la liste des angles et des côtés correspondants dans chaque paire de triangles.

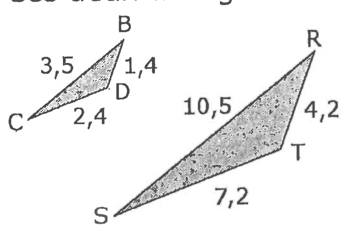
a)



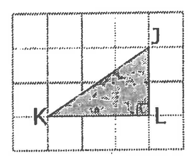
b)



2. Ces deux triangles sont-ils semblables ? Comment le sais-tu ?



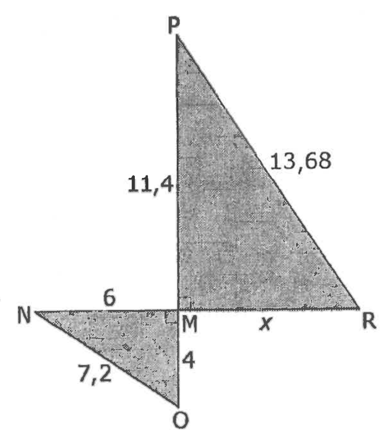
3. a) Sur du papier quadrillé, dessine le $\triangle WXY$ pour qu'il soit semblable au $\triangle JKL$ en fonction d'un facteur d'échelle de 2.



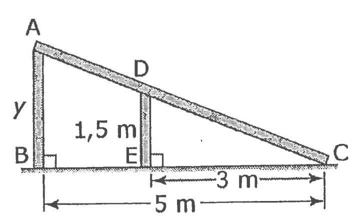
b) Fais la liste des angles et des côtés correspondants.

4. Le $\triangle MNO$ est semblable au $\triangle MPR$. Calcule la longueur inconnue, x, au dixième près.

Truc : Compare les côtés correspondants pour déterminer le facteur d'échelle ; ensuite, trouve la longueur inconnue à l'aide du facteur d'échelle.



5. Les deux appuis verticaux de la rampe forment deux triangles. Le $\triangle ABC$ est semblable au $\triangle DEC$. Trouve la hauteur de la rampe en calculant la longueur inconnue y. Montre ton travail.



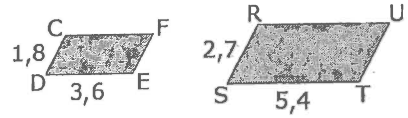
6

Nom : ______________________ Date : ______________________

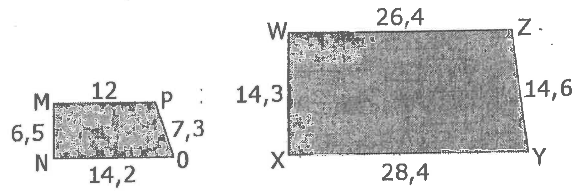
Section 4.4 Exercices supplémentaires

1. Ces paires de polygones sont-elles semblables ? Explique ton raisonnement.

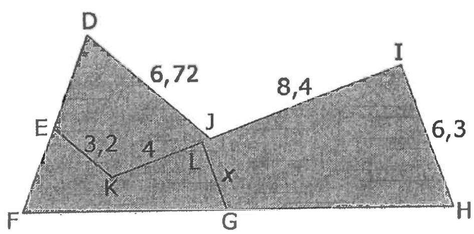
a) CDEF et RSTU sont des parallélogrammes.



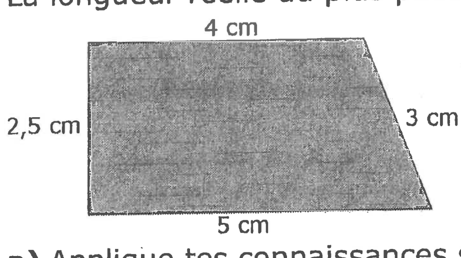
b)



2. Les pentagones DFHIJ et EFGLK sont semblables. Détermine la longueur inconnue *x*. Montre ton travail.



3. Ce trapèze représente, à l'échelle, un pâturage pour des animaux. La longueur réelle du plus petit côté du pâturage est de 200 m.



a) Applique tes connaissances sur les polygones semblables pour déterminer la longueur réelle des trois autres côtés du pâturage. Montre ton travail.

Truc : 200 m = 20 000 cm

b) Combien la clôture autour du pâturage mesure-t-elle ? Montre ton travail.

Réponses des FR

FR 4.1 Lien mathématique

1. a) Exemple : Maison : longueur = 12 m, 1 200 cm ; largeur = 7,2 m, 720 cm ; aire = 864 000 cm^2.
Véranda : longueur = 7,2 m, 720 cm ; largeur = 2,4 m, 240 cm ; aire = 172 800 cm^2.
Aire totale : 1 036 800 cm^2.
b) Exemple : Maison : longueur = 8,3 cm ; largeur = 4,4 cm ; aire = 36,5 cm^2.
Véranda : longueur = 4,6 cm ; largeur = 1,6 cm ; aire = 7,4 cm^2.
Aire totale : 43,9 cm^2.

2. a) Exemple : Longueur = 4,5 m, 450 cm ; largeur = 3,1 m, 310 cm ; aire = 139 500 cm^2.
b) Exemple : Longueur = 2,9 cm ; largeur = 2 cm ; aire = 5,8 cm^2.

3. a) Exemple : $\dfrac{1\,036\,800\ cm^2}{4{,}39\ cm^2}$
$= 23\ 617{,}3\ cm^2 = 24\ 000\ cm^2$
b) Exemple : $\dfrac{139\,500\ cm^2}{5{,}8\ cm^2}$
$= 24\ 051{,}7\ cm^2 = 24\ 000\ cm^2$
Note : Des élèves exprimeront les valeurs de a) et b) en mètres, soit 2,4 m^2.
c) Les rapports sont les mêmes.
d) Exemple : Le rapport entre l'aire de la chambre principale et son dessin doit être identique aux autres rapports. L'image de la chambre principale a été dessinée à la même échelle que celle utilisée pour le reste de la maison.

4. a) Exemple : La précision est importante pour que les proportions (par exemple, l'aire, la longueur des murs) de chaque pièce soient les mêmes sur le dessin et dans la maison.
b) Exemple : Maintenir des proportions exactes est important, car il est ainsi plus facile de convertir les mesures du dessin en mesures réelles.

5. Exemples :
- Les artistes se servent de rapports pour déterminer la grandeur des traits d'un visage les uns par rapport aux autres, et l'alignement des traits sur la tête d'un portrait.
- À l'aide d'un rapport, les skieurs déterminent la bonne longueur de skis par rapport à leur taille.

FR 4.2 Prépare-toi

1. a) 5 : 20 ou 5 à 20 **b)** 9 : 27 ou 9 à 27
c) 3 : 18 ou 3 à 18

2. a) 1 : 4 ou 1 à 4 **b)** 1 : 3 ou 1 à 3
c) 1 : 6 ou 1 à 6

3. a) 0,25, 25 % **b)** $0{,}3\bar{3}$, $33{,}\bar{3}$ %
c) $0{,}1\bar{6}$, $16{,}\bar{6}$ %

4. a) 6 **b)** 21 **c)** 1 **d)** 2

5. a) $\dfrac{2\ cm}{200\ cm} = \dfrac{1\ cm}{100\ cm}$ **b)** $\dfrac{1\ cm}{500\ m} = \dfrac{7\ cm}{3500\ m}$.
Si les élèves utilisent cette méthode, précisez-leur que les numérateurs doivent être dans les mêmes unités et que les dénominateurs doivent être dans les mêmes unités, même lorsque les unités diffèrent au numérateur et au dénominateur.
c) Exemples :
- En convertissant toutes les mesures en centimètres : $\dfrac{15\ cm}{300\ cm} = \dfrac{40\ cm}{800\ cm}$
- En ne convertissant pas toutes les mesures dans les mêmes unités : $\dfrac{15\ cm}{3\ m} = \dfrac{40\ cm}{8\ m}$

Faites remarquer aux élèves que les unités des numérateurs sont différentes des unités des dénominateurs, mais qu'elles sont les mêmes d'un numérateur et d'un dénominateur à l'autre.

6. $\dfrac{2\ m}{12\ m} = \dfrac{x\ m}{1{,}5\ m}$; $x = 0{,}25$.
L'ombre de l'élève mesure 0,25 m de long.

7. $\dfrac{7\ cm}{56\ km} = \dfrac{12{,}5\ cm}{x}$; $x = 100$.
Il y a 100 km entre la ville A et la ville C.

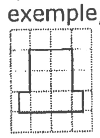
FR 4.3 Mise en train

Section 4.1

1. 4 **2.** $\dfrac{8}{125}$ **3.** $(-7)^7$ **4.** 2
5. 2 700 **6.** 4,32 **7.** 31 cm
8. 7,95 **9.** 18,5 mm **10.** 12 cm

Section 4.2

1. $(-5)^2(-5)^2(-5)^2(-5)^2$ ou $(-5)(-5)(-5)(-5)\ (-5)(-5)(-5)(-5)$
2. 77
3. Ni l'un ni l'autre. Le cœur semble deux fois plus grand en hauteur, mais pas en largeur.
4. Faire une figure dont la longueur représente $\dfrac{1}{4}$ de la longueur originale en utilisant, par exemple, du papier quadrillé à 0,5 cm :

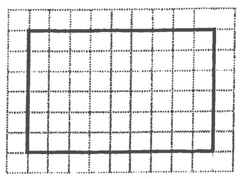


5. Exemple :
On multiplie la longueur 3,8 × 2,4 = 9,12.
On trace la nouvelle longueur de 9,12 cm.
On multiplie la largeur 1,5 cm × 2,4 = 3,6 cm.
On trace la nouvelle largeur de 3,6 cm.
6. 8 **7.** 0,5 **8.** $x = 3$ **9.** 230 cm **10.** 69 cm

Section 4.3

1. Exemple : On divise 5 ÷ 2 = 2,5. On redessine le carré avec des côtés de 2,5 cm de long.

2.



3. 16,4 cm **4.** 12,4 km **5.** 20

6. a) 156 mm **b)** 240 cm

7. 52° **8.** $x = 8$; $y = 4{,}5$ **9.** $x = 4$; $y = 9$

10. Oui. Exemple : Chaque rapport est égal à 1,5.

Section 4.4

1. Réduction

2. 19

3. Exemple : Le △ABC est semblable au △EFG. Les triangles semblables ont des angles correspondants égaux et des côtés correspondants proportionnels en longueur.

4. $\overline{AB} = \overline{DE}$; $\overline{AC} = \overline{DF}$; $\overline{BC} = \overline{EF}$

5. 3,2 cm **6.** 10,2 cm **7.** 5,6 cm

8. 25 % **9.** 17,5 cm **10.** 9,5 cm

FR 4.4 Problèmes de la semaine

1. Pour que l'image entre complètement dans le plus grand format, le facteur de largeur k_1 doit être le même que le facteur de longueur k_2.
Dans le cas des rectangles de 9 cm sur 13 cm et de 24 mm sur 36 mm :

$$k_1 = \frac{90}{24} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

$$k_2 = \frac{130}{36} = \frac{65}{18} = 3\frac{11}{18}$$

Les facteurs k_1 et k_2 ne sont pas égaux, donc une partie de l'image sera coupée.
Dans le cas des rectangles de 10 cm sur 15 cm et de 24 mm sur 36 mm :

$$k_1 = \frac{100}{24} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$$

$$k_2 = \frac{150}{36} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$$

Les facteurs sont égaux, donc l'image ne sera pas coupée.

3. a) Exemple :

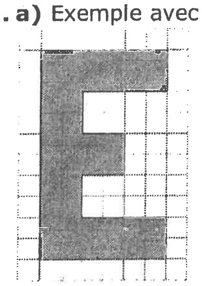
Longueur des côtés du cube (cm)	Aire de la surface du cube (cm²)	Volume du cube (cm³)	$\frac{A_t}{V}$
1	6	3	2
2	24	8	3
3	54	27	2
4	96	64	1,5

b) Quand un cube grossit, l'aire de sa surface (associée à la perte de chaleur) augmente moins que son volume (associé à la grandeur du corps). Les gros animaux perdent donc moins rapidement de chaleur que les petits, relativement à la grandeur des corps.

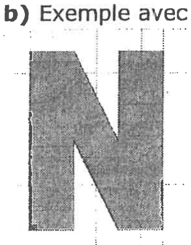
4. Le schéma illustre la loi de l'inverse des carrés, et son application à la distance par rapport à l'aire, dans le cas de figures semblables. Exemple : Lorsque la distance entre une source de lumière et un objet double, l'aire de la figure semblable est quatre fois plus grande. Résultat : un quart de la lumière atteint l'objet.

FR 4.5 Section 4.1 Exercices supplémentaires

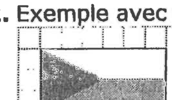
1. a) Exemple avec du papier quadrillé à 0,5 cm :



b) Exemple avec du papier quadrillé à 1 cm :

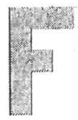


2. Exemple avec du papier quadrillé à 1 cm :



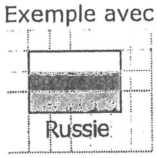
République tchèque

3. a) Exemple avec du papier quadrillé à 0,5 cm :



b) Exemple avec du papier quadrillé à 1 cm :

4. Exemple avec du papier quadrillé à 0,5 cm :



5. Supérieur à 1. Exemple : La deuxième image est un agrandissement.

6. Exemple : On s'assure que les dimensions de l'image sont proportionnellement plus grandes que celles de l'originale.

FR 4.7 Section 4.2 Exercices supplémentaires

1. a) Multiplier **b)** Multiplier
c) Diviser **d)** Multiplier

2. a) 78 **b)** 1 260 **c)** 34,8 **d)** 80 **e)** 86 **f)** 0,3

3. a) 70 cm **b)** 9 mm

4. a) 0,5 **b)** 0,06 **c)** 0,02 **d)** 0,25 **e)** 0,75
f) 0,8

5. 9,4. Le facteur d'échell e est d'environ 9,4.

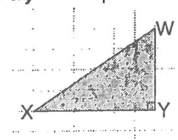
6. a) 1 cm représente x km.
b) 162,5

FR 4.9 Section 4.3 Exercices supplémentaires

1. a) Angles correspondants : ∠E et ∠Q ; ∠F et ∠R ; ∠D et ∠P. Côtés correspondants : $\overline{DE}$ et $\overline{PQ}$; $\overline{EF}$ et $\overline{QR}$; $\overline{DF}$ et $\overline{PR}$.
b) Angles correspondants : ∠N et ∠G ; ∠M et ∠H ; ∠O et ∠F. Côtés correspondants : $\overline{ON}$ et $\overline{FG}$; $\overline{NM}$ et $\overline{GH}$; $\overline{MO}$ et $\overline{HF}$.

2. Oui, les triangles sont semblables. Les angles correspondants sont égaux et les côtés correspondants sont proportionnels en longueur.
Exemple : Côtés correspondants proportionnels en longueur : $\frac{\overline{RS}}{\overline{BC}} = \frac{10,5}{3,5} = 3$; $\frac{\overline{ST}}{\overline{CD}} = \frac{7,2}{2,4} = 3$; $\frac{\overline{RT}}{\overline{BD}} = \frac{4,2}{1,4} = 3$.

3. a) Exemple :



b) Angles correspondants : ∠K et ∠X ; ∠L et ∠Y ; ∠J et ∠W. Côtés correspondants : $\overline{JK}$ et $\overline{WX}$; $\overline{KL}$ et $\overline{XY}$; $\overline{LJ}$ et $\overline{YW}$.

4. $\frac{\overline{PR}}{\overline{NO}} = \frac{13,68}{7,2} = 1,9$; $\frac{\overline{PM}}{\overline{OM}} = \frac{11,4}{6} = 1,9$; $\frac{\overline{MR}}{\overline{MN}} = \frac{x}{4}$;
$x = 7,6$. Le côté inconnu mesure 7,6.

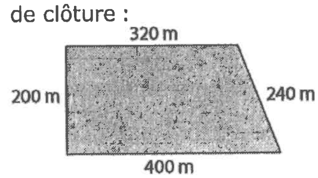
5. $\frac{1,5}{y} = \frac{3}{5} = 2,5$. La rampe mesure 2,5 m de haut.

FR 4.11 Section 4.4 Exercices supplémentaires

1. a) CDEF et RSTU sont semblables. Exemple : Les angles correspondants sont égaux : m∠C = 115° et m∠R = 115° ; m∠D = 65° et m∠S = 65°. Les côtés correspondants sont proportionnels en longueur :
$\frac{\overline{RS}}{\overline{CD}} = \frac{2,7}{1,8} = 1,5$; $\frac{\overline{ST}}{\overline{DE}} = \frac{5,4}{3,6} = 1,5$.
Les deux conditions nécessaires pour que des polygones soient semblables sont satisfaites.
b) MNOP et WXYZ ne sont pas semblables. Exemple : Les côtés correspondants ne sont pas proportionnels en longueur :
$\frac{\overline{WX}}{\overline{MN}} = \frac{14,3}{6,5} = 2,2$; $\frac{\overline{XY}}{\overline{NO}} = \frac{28,4}{14,2} = 2$;
$\frac{\overline{ZY}}{\overline{PO}} = \frac{14,6}{7,3} = 2$; $\frac{\overline{WZ}}{\overline{MP}} = \frac{26,4}{12} = 2,2$.
Puisqu'il faut que les angles correspondant soient égaux et que les côtés correspondants soient proportionnels en longueur pour que les polygones soient semblables, alors MNOP et WXYZ ne sont pas semblables.

2. $\frac{\overline{DJ}}{\overline{EK}} = \frac{6,72}{3,2} = 2,1$; $\frac{\overline{JI}}{\overline{KL}} = \frac{8,4}{4} = 2,1$;
$\frac{\overline{IH}}{\overline{LG}} = \frac{6,3}{x} = 2,1$; $x = 3$.
Le côté inconnu mesure 3 de long.

3. a) Le facteur d'échelle est $\frac{20\,000}{2,5} = 8\,000$.
Voici les longueurs inconnues des trois côtés de clôture :



b) 1 160 m